CH7 DIVISIBILITE DANS Z

EX 50 :

1. supposons $n=a_n a_{n-1}\ldots a_2 a_1 a_0 = a_0+a_1.10+a_2.10^2+\ldots+a_n.10^n \Rightarrow f(n)= a_0+a_1+a_2+\ldots+a_n$

   $\Rightarrow n-f(n)= a_1.(10-1)+a_2.(10^2-1)+\ldots+a_n.(10^n-1)$ or on peut montrer Facilement (par récurrence) que $10^n-1 \equiv 0(9)$ pour tout entier n

   Ce qui donne $n-f(n) \equiv 0(9)$ donc $n \equiv f(n)\ (9)$

2. a/ $4444=493.9+7 \Rightarrow 4444 \equiv 7(9)$

   b/ $3 \times 1481 = 4443$

   c/ on a $4444 \equiv 7(9) \Rightarrow 4444^{4444} \equiv 7^{4443+1}\ (9)$

   $\Rightarrow 4444^{4444} \equiv 7^{3\times 1481+1}\ (9)$

   $\Rightarrow 4444^{4444} \equiv (7^3)^{1481}.7\ (9)$ or $7^3=343 \equiv 1(9)$

   $\Rightarrow 4444^{4444} \equiv 7\ (9)$

   d/ on a $N \equiv 7\ (9)$ alors (d'après 1.) $f(N) \equiv 7\ (9)$ et $f(f(N)) \equiv 7\ (9)$

3. a/ on a $4444 < 10^4 \Rightarrow 4444^{4444} < (10^4)^{4444} < (10^4)^{5.1000} = 10^{20\,000}$

   donc $N<10^{20\,000} \Rightarrow f(N)< 9+9+9+\ldots+9 = 9\ .\ 20\,000 = 180\,000$

   b/ on a $f(N)<180\,000 \Rightarrow f(f(N))<9+9+9+9+9+9=9\ .6=54$

4. on a $f(f(N))<54 \Rightarrow f(f(f(N)))<5+9=12$ et comme $f(f(f(N))) \equiv 7(9)$ Alors $f(f(f(N)))=7$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn